

Primality test. My second contribution.

Dante Servi

Abstract

In this revision (v3) I present four new successions, which are added to the previous four; in the image on page 6 of 11 I have compared the initial parts of the eight sequences.

I also present the result of further verifications that I have performed; I decided to verify more than the others the $b=b+b+b+1$ sequence that I presented in the revision (v1) of this article.

The checks concern the relationship that these different sequences have with prime numbers but also with composite numbers; I have also performed the same type of verifications for $(2^a-2)/a$ (see Fermat's little theorem).

As I have already described in the revision (v1) of this article and also in the previous one, I made four of the eight sequences starting from 2^a-2 , 3^a-3 , 4^a-4 and 5^a-5 , the other four derive from a further elaboration.

This article is written in English and Italian, the original language is Italian which is my language, the translation into English was done using the Google translator.

To understand what I describe below, I think it is useful to have read the previous article and the revision (v1) of this article.

From the pages of zenodo.org to which the links that are grouped below refer, all the revisions can be called up and downloaded; in any case, this is the direct link for the revision (v1) <http://doi.org/10.5281/zenodo.6397328>

The image on page 6 of 11 collects the most significant successions among those I have created; intermediate steps are missing eg from 4^a-4 to $4b+1$.

In this revision I do not repeat what has already been written in the revision (v1) of this article and in the previous article; I only remember that:

- With $b=2b+1$, $b=3b+1$, $b=4b+1$ and $b=5b+1$ I mean that each number belonging to the sequence (b) is obtained by multiplying the previous one by 2, 3, 4 or 5, then adding 1.
- In the sequences (b) identified with $b= b+b+1$, $b=b+b+b+1$, $b=b+b+b+b+3$ and $b=b+b+b+b+b+2$, each subsequent number belonging to the sequence (b) derives from the sum of the previous 2, 3, 4 or 5 numbers, the number (1, 2 or 3) indicated last must be added to the result.

Here are the results of the further verifications.

I would like to note that all the results of the comparisons achievable thanks to the eight sequences (a) and (b), ie all the results of b/a , have found correspondence with all the prime numbers present in the analyzed interval; when the number belonging to the sequence (a) is a prime number, the result of b/a is always an integer. Therefore, within the limits of the verifications made by me, the link with the prime numbers of all the sequences I have presented is equivalent to the link expressed in Fermat's little theorem.

The tests that I present below also show that $(b+b+b+1)/a$, $(b+b+b+b+3)/a$ and $(b+b+b+b+b+2)/a$ provide results, against composite numbers that are at least interesting.

In the following I call "pseudo primes" those values of (a) for which $(2^a-2)/a$ or b/a give an integer as a result.

First of all I wanted to analyze the results of $(2^a-2)/a$; I believe that using Fermat's little theorem, base 2 is the one that is least "deceived" by some composite numbers.

Verification of $(2^a-2)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(2^a-2)/a$ has identified 665335 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 756 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 756 give 665335 as a result.

For values of (a) from 10000000 a 20000000 (from 10 millions to 20 millions), $(2^a-2)/a$ has identified 606294 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 266 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 606028, these added to 266 give 606294 as a result.

For values of (a) from 20000000 a 30000000 (from 20 millions to 30 millions), $(2^a-2)/a$ has identified 587439 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 187 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 587252, these added to 187 give 587439 as a result.

I notice that the composite numbers that deceive $(2^a-2)/a$ are many, I also notice that they tend to decrease.

Verification of $(2b+1)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(2b+1)/a$ has identified 665329 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 750 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 750 give 665329 as a result.

Verification of $(3b+1)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(3b+1)/a$ has identified 665328 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 749 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 749 give 665328 as a result.

Verification of $(4b+1)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(4b+1)/a$ has identified 665820 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 1241 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 1241 give 665820 as a result.

Verification of $(5b+1)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(5b+1)/a$ has identified 665305 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 726 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 726 give 665305 as a result.

Verification of $(b+b+1)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(b+b+1)/a$ has identified 664875 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 296 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 296 give 664875 as a result.

For values of (a) from 10000000 a 20000000 (from 10 millions to 20 millions), $(b+b+1)/a$ has identified 606138 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 110 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 606028, these added to 110 give 606138 as a result.

For values of (a) from 20000000 a 30000000 (from 20 millions to 30 millions), $(b+b+1)/a$ has identified 587331 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 79 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 587252, these added to 79 give 587331 as a result.

I notice that the composite numbers that deceive $(b+b+1)/a$ are still many, I also notice that they tend to decrease and that they are always less than those that deceive $(2^a-2)/a$.

Verification of $(b+b+b+1)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(b+b+b+1)/a$ has identified 664587 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 8 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 8 give 664587 as a result.

These are the 8 composite numbers that have deceived $(b+b+b+1)/a$.

25201 54289 804055 1889041 2487941 3542533 3761251 6829689

I notice that 804055 should not be subjected to any primality check; it does not end in 1, 3, 7 or 9.

For values of (a) from 10000000 a 20000000 (from 10 millions to 20 millions), $(b+b+b+1)/a$ has identified 606031 pseudo primes. Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 3 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 606028, these added to 3 give 606031 as a result.

These are the 3 composite numbers that have deceived $(b+b+b+1)/a$. 12032021 12649337 18002881

For values of (a) from 20000000 a 30000000 (from 20 millions to 30 millions), $(b+b+b+1)/a$ has identified 587254 pseudo primes. Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 2 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 587252, these added to 2 give 587254 as a result.

These are the 2 composite numbers that have deceived $(b+b+b+1)/a$. 22586257 28250321

For values of (a) from 30000000 a 40000000 (from 30 millions to 40 millions), $(b+b+b+1)/a$ has identified 575795 pseudo primes. Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 0 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 575795, these added to 0 give 575795 as a result.

For values of (a) from 40000000 a 50000000 (from 40 millions to 50 millions), $(b+b+b+1)/a$ has identified 567480 pseudo primes. Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 0 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 567480, these added to 0 give 567480 as a result.

Given the test results up to 50 million, I think it might be worth checking out what happens by continuing with larger numbers.

Verification of $(b+b+b+b+3)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(b+b+b+b+3)/a$ has identified 664593 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 14 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 14 give 664593 as a result.

These are the 14 composite numbers that have deceived $(b+b+b+b+3)/a$.

25 125 343 1369 29877 98093 5324478
49 169 493 7825 64253 1483307 6995829

I notice that 25, 125, 7825 and 5324478 should not be subjected to any primality check; it does not end in 1, 3, 7 or 9.

Verification of $(b+b+b+b+b+2)/a$.

For values of (a) from 2 to 10000000 (10 millions), $(b+b+b+b+b+2)/a$ has identified 664587 pseudo primes.

Among these, the isprime (x) function of PARI/GP has identified 8 composite numbers; I understand that in this interval the prime numbers are 664579, these added to 8 give 664587 as a result.

These are the 8 composite numbers that have deceived $(b+b+b+b+b+2)/a$.

42 121 361 6751 30954 55893 1689381 9866635

I notice that 42, 30954 and 986635 should not be subjected to any primality check; it does not end in 1, 3, 7 or 9.

I also want to note that none of the composite numbers, which fooled one of the three comparisons that gave the best results, belong to those that fooled the other two comparisons.

Having presented the results of my verifications, I want to present the formulas to directly calculate for a value of (a) chosen the value of (b) or b/a as a function of (a); I'm talking about the formulas valid for the $b=b+b+b+b+3$ and $b=b+b+b+b+b+2$ sequences.

The following formulas derive from those I presented in the previous article and in the revision (v1) of this article.

Also for these formulas we need constants which turn out to be irrational numbers.

The decimal part of these constants with the increase of (b) is increasingly decisive, in determining the link with the values of (b) resulting from $b=b+b+b+b+3$ or from $b=b+b+b+b+b+2$.

The aforementioned link is transmitted to the corresponding values present in the sequence (a), which I remember are in natural progression.

My method for identifying these constants is to perform the division between a sufficiently large value of (b) and the one that precedes it; here is how I found these values of (b) and consequently calculate the two constants.

Constant and formulas for $b=b+b+b+b+3$.

I have pasted the following command lines in PARI/GP.

```
default(log,1)
a=5
b000=2
b00=6
b0=14
b=25
for(i=1, 50000, a=a+1; m=b; b=b+b0+b00+b000+3; b000=b00; b00=b0; b0=m; print("b=",b))
```

I have called this first constant (C4b); setting \p 150 (150 digits) turned out to be the following.

C4b=b/b/=1.92756197548292530426190586173662216869855425516338472714664703800966606229781555914981825346189065325426693431265679296233620412658361514105242620292

The 149 decimal digits provide correct values of (b) and consequent results of b/a up to a=509; I think it may be enough to verify the functioning of the formulas.

Here are the two formulas, for PARI/GP.

$$b=\text{round}(C4b^a)-1$$

$$b/a=(\text{round}(C4b^a)-1)/a$$

Constant and formulas for $b=b+b+b+b+b+2$.

I have pasted the following command lines in PARI/GP.

```
default(log,1)
a=6
b0000=1
b000=3
b00=7
b0=15
b=28
for(i=1, 50000, a=a+1; m=b; b=b+b0+b00+b000+b0000+2; b0000=b000; b000=b00; b00=b0; b0=m; print("b=",b))
```

I have called this second constant (C5b); setting \p 150 (150 digits) turned out to be the following.

C5b=b/b=1.96594823664548533718993737593440139615132717745686139323693450844225271287188688173481866555463047202130950341322971347913790592400454090598575265404

The 149 decimal digits provide correct values of (b) and consequent results of b/a up to a=499; I think it may be enough to verify the functioning of the formulas.

Here are the two formulas, for PARI/GP.

$$b=(\text{round}(C5b^a)-1)/2$$

$$b/a=(\text{round}(C5b^a)-1)/(2*a)$$

If you want to use the formulas beyond the numbers I have indicated, you need to be able to calculate the two constants with the number of decimals you need.

I know that the formulas for calculating these constants exist as there were the ones I have already used.

In this regard, I am a little sorry that $b=b+b+1$ is the least effective of the four sequences in relation to composite numbers; I have a particular sympathy for the golden ratio because of the logarithmic/golden spiral to which I have dedicated an activity on geogebra.org, see <https://www.geogebra.org/m/vxe6ax2c> and also the following animation on wikimedia.org <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:CoSeSpAu.gif>

It is evident that the eight sequences I have presented can be added to others with the same characteristics. I also know why the number added at the end of $b+b+\dots$ is not always 1.

Having said that, I have decided that for the moment I am satisfied with these results; I trust that some mathematicians may consider the connection that these sequences have with prime numbers but also with composite numbers useful.

This is the link that corresponds to this article <http://doi.org/10.5281/zenodo.6397327>

The following links correspond to my other publications on prime numbers.

Primality test. My contribution.	http://doi.org/10.5281/zenodo.6380548
Twin primes. But even more.	http://doi.org/10.5281/zenodo.6227979
Twin primes. Where they can be found.	http://doi.org/10.5281/zenodo.5902559
News on the mechanism of prime numbers.	http://doi.org/10.5281/zenodo.5844231
The mechanism of prime numbers.	http://doi.org/10.5281/zenodo.4769674
Finding prime numbers.	http://doi.org/10.5281/zenodo.4786547
Graphic representation of the mechanism of prime numbers.	http://doi.org/10.5281/zenodo.5655072
Goldbach's conjecture. Because I think it's true.	http://doi.org/10.5281/zenodo.5707188

The following link corresponds to my article on polygonal spirals; quoting the logarithmic/golden spiral came back to my mind, see <http://doi.org/10.5281/zenodo.5575215>

Dante Servi
Bressana Bottarone (PV)) Italy
dante.servi@gmail.com

a b=2b+1 b/a factor (b)				a b=b+b+1 b/a factor (b)			
-----				-----			
1	$+2^0$ 0	-	-	1	0	-	-
2	$+2^1$ 1	-	-	2	2	-	-
3	$+2^2$ 3	-	-	3	3	-	-
-----				-----			
4	$+2^3$ 7	1, ...	7	4	6	1, ...	2x3
5	$+2^4$ 15	3	3x5	5	10	2	2x5
6	$+2^5$ 31	5, ...	31	6	17	2, ...	17
7	$+2^6$ 63	9	3x3x7	7	28	4	2x2x7
8	$+2^7$ 127	15, ...	127	8	46	5, ...	2x23
9	$+2^8$ 255	28, ...	3x5x17	9	75	8, ...	3x5x5
10	$+2^8$ 511	51, ...	7x73	10	122	12, ...	2x61
-----				-----			
a b=3b+1 b/a factor (b)				a b=b+b+b+1 b/a factor (b)			
-----				-----			
1	$+3^0$ 0	-	-	1	0	-	-
2	$+3^1$ 1	-	-	2	1	-	-
3	$+3^2$ 4	-	-	3	3	-	-
4	$+3^3$ 13	-	-	4	5	-	-
-----				-----			
5	$+3^4$ 40	8	2x2x2x5	5	10	2	2x5
6	$+3^5$ 121	20, ...	11x11	6	19	3, ...	19
7	$+3^6$ 364	52	2x2x7x13	7	35	5	5x7
8	$+3^7$ 1093	136, ...	1093	8	65	8, ...	5x13
9	$+3^8$ 3280	364, ...	2x2x2x2x5x41	9	120	13, ...	2x2x2x3x5
10	$+3^8$ 9841	984, ...	13x757	10	221	22, ...	13x17
-----				-----			
a b=4b+1 b/a factor (b)				a b=b+b+b+b+3 b/a factor (b)			
-----				-----			
1	$+4^0$ 0	-	-	1	0	-	-
2	$+4^1$ 1	-	-	2	2	-	-
3	$+4^2$ 5	-	-	3	6	-	-
4	$+4^3$ 21	-	-	4	14	-	-
5	$+4^4$ 85	-	-	5	25	-	-
-----				-----			
6	$+4^5$ 341	56, ...	11x31	6	50	8, ...	2x5x5
7	$+4^6$ 1365	195	3x5x7x13	7	98	14	2x7x7
8	$+4^7$ 5461	682, ...	43x127	8	190	23, ...	2x5x19
9	$+4^8$ 21845	2427, ...	5x17x257	9	366	40, ...	2x3x61
10	$+4^8$ 87381	8738, ...	3x3x7x19x73	10	707	70, ...	7x101
-----				-----			
a b=5b+1 b/a factor (b)				a b=b+b+b+b+b+2 b/a factor (b)			
-----				-----			
1	$+5^0$ 0	-	-	1	0	-	-
2	$+5^1$ 1	-	-	2	1	-	-
3	$+5^2$ 6	-	-	3	3	-	-
4	$+5^3$ 31	-	-	4	7	-	-
5	$+5^4$ 156	-	-	5	15	-	-
6	$+5^5$ 781	-	-	6	28	-	-
-----				-----			
7	$+5^6$ 3906	558	2x3x3x7x31	7	56	8	2x2x2x7
8	$+5^7$ 19531	2441, ...	19531	8	111	13, ...	3x37
9	$+5^8$ 97656	10850, ...	2^3x3x13x313	9	219	24, ...	3x73
10	$+5^8$ 488281	48828, ...	19x31x829	10	431	43, ...	431
-----				-----			

Test di primalità. Il mio secondo contributo.

Dante Servi

Abstract

In questa revisione (v3) presento quattro nuove successioni, le quali si vanno ad aggiungere alle quattro precedenti; nell'immagine a pagina 6 di 11 ho messo a confronto le parti iniziali delle otto successioni.

Presento inoltre il risultato di ulteriori verifiche che ho eseguito; ho ritenuto di verificare più delle altre la successione $b=b+b+b+1$ che ho presentato nella revisione (v1) di questo articolo.

Le verifiche riguardano la relazione che queste diverse successioni hanno con i numeri primi ma anche con i numeri composti; ho eseguito lo stesso tipo di verifiche anche per $(2^a-2)/a$ (vedi piccolo teorema di Fermat).

Come ho già descritto nella revisione (v1) di questo articolo ed anche nel precedente, quattro delle otto successioni le ho realizzate partendo da 2^a-2 , 3^a-3 , 4^a-4 e 5^a-5 , le altre quattro derivano da una ulteriore elaborazione.

Questo articolo è scritto in Inglese ed Italiano, la lingua originale è l'Italiano che è la mia lingua, la traduzione in Inglese è stata fatta utilizzando il traduttore di Google.

Per capire quanto descrivo di seguito ritengo sia utile aver letto l'articolo precedente e la revisione (v1) di questo articolo.

Dalle pagine di zenodo.org alle quali rimandano i link che si trovano raggruppati di seguito, sono richiamabili e scaricabili tutte le revisioni; in ogni caso questo è il link diretto per la revisione (v1) <http://doi.org/10.5281/zenodo.6397328>

L'immagine a pagina 6 di 11 raccoglie le successioni più significative tra quelle che ho realizzato; mancano i passaggi intermedi ad esempio da 4^a-4 a $4b+1$.

In questa revisione non ripeto quanto già scritto nella revisione (v1) di questo articolo e nell'articolo precedente; ricordo solo che:

- Con $b=2b+1$, $b=3b+1$, $b=4b+1$ e $b=5b+1$ intendo che ogni numero appartenente alla successione (b) si ottiene moltiplicando il precedente per 2, 3, 4 o 5 aggiungendo poi 1.
- Nelle successioni (b) identificate con $b= b+b+1$, $b=b+b+b+1$, $b=b+b+b+b+3$ e $b=b+b+b+b+b+2$, ogni successivo numero appartenente alla successione (b) deriva dalla somma dei precedenti 2, 3, 4 o 5 numeri, al risultato va sommato il numero (1, 2 o 3) indicato per ultimo.

Ecco i risultati delle ulteriori verifiche.

Ci tengo a notare che tutti i risultati dei confronti realizzabili grazie alle otto successioni (a) e (b), ossia tutti i risultati di b/a , hanno trovato corrispondenza con tutti i numeri primi presenti nell'intervallo analizzato; quando il numero appartenente alla successione (a) è un numero primo, il risultato di b/a è sempre un numero intero. Quindi nel limite delle verifiche da me effettuate, il legame con i numeri primi di tutte le successioni che ho presentato, risulta essere equivalente al legame espresso nel piccolo teorema di Fermat.

Le verifiche che presento di seguito mostrano anche che $(b+b+b+1)/a$, $(b+b+b+b+3)/a$ e $(b+b+b+b+b+2)/a$ forniscono dei risultati, nei confronti dei numeri composti quantomeno interessanti.

Di seguito chiamo "pseudo primi" quei valori di (a) per i quali $(2^a-2)/a$ oppure b/a danno come risultato un numero intero.

Prima di tutti ho voluto analizzare i risultati di $(2^a-2)/a$; ritengo che utilizzando il piccolo teorema di Fermat, la base 2 sia quella che meno viene "ingannata" da alcuni numeri composti.

Verifica di $(2^a-2)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (10 milioni), $(2^a-2)/a$ ha individuato 665335 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 756 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 756 danno come risultato 665335.

Per valori di (a) da 10000000 a 20000000 (da 10 milioni a 20 milioni), $(2^a-2)/a$ ha individuato 606294 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 266 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 606028, questi sommati a 266 danno come risultato 606294.

Per valori di (a) da 20000000 a 30000000 (da 20 milioni a 30 milioni), $(2^a-2)/a$ ha individuato 587439 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 187 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 587252, questi sommati a 187 danno come risultato 587439.

Noto che i numeri composti che ingannano $(2^a-2)/a$ sono tanti, noto anche che tendono a diminuire.

Verifica di $(2b+1)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (10 milioni), $(2b+1)/a$ ha individuato 665329 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 750 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 750 danno come risultato 665329.

Verifica di $(3b+1)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (10 milioni), $(3b+1)/a$ ha individuato 665328 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 749 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 749 danno come risultato 665328.

Verifica di $(4b+1)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (10 milioni), $(4b+1)/a$ ha individuato 665820 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 1241 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 1241 danno come risultato 665820.

Verifica di $(5b+1)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (10 milioni), $(5b+1)/a$ ha individuato 665305 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 726 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 726 danno come risultato 665305.

Verifica di $(b+b+1)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (10 milioni), $(b+b+1)/a$ ha individuato 664875 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 296 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 296 danno come risultato 664875.

Per valori di (a) da 10000000 a 20000000 (da 10 milioni a 20 milioni), $(b+b+1)/a$ ha individuato 606138 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 110 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 606028, questi sommati a 110 danno come risultato 606138.

Per valori di (a) da 20000000 a 30000000 (da 20 milioni a 30 milioni), $(b+b+1)/a$ ha individuato 587331 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 79 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 587252, questi sommati a 79 danno come risultato 587331.

Noto che i numeri composti che ingannano $(b+b+1)/a$ sono ancora tanti, noto anche che tendono a diminuire e che sono sempre inferiori a quelli che ingannano $(2^a-2)/a$.

Verifica di $(b+b+b+1)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (dieci milioni), $(b+b+b+1)/a$ ha individuato 664587 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 8 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 8 danno come risultato 664587.

Questi sono gli 8 numeri composti che hanno ingannato $(b+b+b+1)/a$.

25201 54289 804055 1889041 2487941 3542533 3761251 6829689

Noto che 804055 non dovrebbe essere sottoposto a nessuna verifica di primalità; non termina per 1, 3, 7 o 9.

Per valori di (a) da 10000000 a 20000000 (da 10 milioni a 20 milioni), $(b+b+b+1)/a$ ha individuato 606031 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 3 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 606028, questi sommati a 3 danno come risultato 606031.

Questi sono i 3 numeri composti che hanno ingannato $(b+b+b+1)/a$. 12032021 12649337 18002881

Per valori di (a) da 20000000 a 30000000 (da 20 milioni a 30 milioni), $(b+b+b+1)/a$ ha individuato 587254 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 2 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 587252, questi sommati a 2 danno come risultato 587254.

Questi sono i 2 numeri composti che hanno ingannato $(b+b+b+1)/a$. 22586257 28250321

Per valori di (a) da 30000000 a 40000000 (da 30 milioni a 40 milioni), $(b+b+b+1)/a$ ha individuato 575795 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 0 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 575795, questi sommati a 0 danno come risultato 575795.

Per valori di (a) da 40000000 a 50000000 (da 40 milioni a 50 milioni), $(b+b+b+1)/a$ ha individuato 567480 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 0 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 567480, questi sommati a 0 danno come risultato 567480.

Visti i risultati delle verifiche effettuate fino a 50 milioni, penso che forse varrebbe la pena di verificare cosa succede proseguendo con numeri più grandi.

Verifica di $(b+b+b+b+3)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (dieci milioni), $(b+b+b+b+3)/a$ ha individuato 664593 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 14 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 14 danno come risultato 664593.

Questi sono i 14 numeri composti che hanno ingannato $(b+b+b+b+3)/a$.

25 125 343 1369 29877 98093 5324478
49 169 493 7825 64253 1483307 6995829

Noto che 25, 125, 7825 e 5324478 non dovrebbero essere sottoposti a nessuna verifica di primalità; non terminano per 1, 3, 7 o 9.

Verifica di $(b+b+b+b+b+2)/a$.

Per valori di (a) da 2 a 10000000 (dieci milioni), $(b+b+b+b+b+2)/a$ ha individuato 664587 pseudo primi.

Tra questi, la funzione isprime(x) di PARI/GP ha individuato 8 numeri composti; mi risulta che in questo intervallo i numeri primi siano 664579, questi sommati a 8 danno come risultato 664587.

Questi sono gli 8 numeri composti che hanno ingannato $(b+b+b+b+b+2)/a$.

42 121 361 6751 30954 55893 1689381 9866635

Noto che 42, 30954 e 9866635 non dovrebbero essere sottoposti a nessuna verifica di primalità; non terminano per 1, 3, 7 o 9.

Voglio anche notare che nessuno dei numeri composti, che hanno ingannato uno dei tre confronti che hanno fornito i risultati migliori, appartiene a quelli che hanno ingannato gli altri due confronti.

Presentati i risultati delle mie verifiche, voglio presentare le formule per calcolare direttamente per un valore di (a) scelto il valore di (b) o b/a in funzione di (a); parlo delle formule valide per le successioni $b=b+b+b+b+3$ e $b=b+b+b+b+b+2$.

Le seguenti formule derivano da quelle che ho presentato nell'articolo precedente e nella revisione (v1) di questo articolo.

Anche per queste formule servono delle costanti che risultano essere dei numeri irrazionali.

La parte decimale di queste costanti con il crescere di (b) è sempre più decisiva, nel determinare il legame con i valori di (b) risultanti da $b=b+b+b+b+3$ o da $b=b+b+b+b+b+2$.

Il suddetto legame si trasmette ai corrispondenti valori presenti nella successione (a), che ricordo sono in progressione naturale.

Il mio metodo per individuare queste costanti è quello di eseguire la divisione tra un valore di (b) sufficientemente grande e quello che lo precede; ecco come ho trovato questi valori di (b) e di conseguenza calcolate le due costanti.

Costante e formule per $b=b+b+b+b+3$.

Ho incollato in PARI/GP le seguenti righe di comando.

```
default(log,1)
a=5
b000=2
b00=6
b0=14
b=25
for(i=1, 50000, a=a+1; m=b; b=b+b0+b00+b000+3; b000=b00; b00=b0; b0=m; print("b=",b))
```

Ho chiamato (C4b) questa prima costante; impostando \p 150 (150 cifre) è risultata essere la seguente.

C4b=b/b/=1.927561975482925304261905861736622168698554255163384727146647038009666062297815559149818
25346189065325426693431265679296233620412658361514105242620292

Le 149 cifre decimali forniscono valori corretti di (b) e conseguenti risultati di b/a fino ad a=509; penso che possa bastare a verificare il funzionamento delle formule.

Ecco le due formule, per PARI/GP.

$$b=\text{round}(C4b^a)-1$$

$$b/a=(\text{round}(C4b^a)-1)/a$$

Costante e formule per $b=b+b+b+b+b+2$.

Ho incollato in PARI/GP le seguenti righe di comando.

```
default(log,1)
a=6
b0000=1
b000=3
b00=7
b0=15
b=28
for(i=1, 50000, a=a+1; m=b; b=b+b0+b00+b000+b0000+2; b0000=b000; b000=b00; b0=b0; b0=m; print("b=",b))
```

Ho chiamato (C5b) questa seconda costante; impostando \p 150 (150 cifre) è risultata essere la seguente.

C5b=b/b=1.965948236645485337189937375934401396151327177456861393236934508442252712871886881734818
66555463047202130950341322971347913790592400454090598575265404

Le 149 cifre decimali forniscono valori corretti di (b) e conseguenti risultati di b/a fino ad a=499; penso che possa bastare a verificare il funzionamento delle formule.

Ecco le due formule, per PARI/GP.

$$b=(\text{round}(C5b^a)-1)/2$$

$$b/a=(\text{round}(C5b^a)-1)/(2*a)$$

Volendo utilizzare le formule oltre i numeri che ho indicato, occorre essere in grado di calcolare le due costanti con il numero di decimali che servono.

So che le formule per calcolare queste costanti esistono come esistevano quelle che ho già utilizzato.

A questo proposito mi dispiace un po' che $b=b+b+1$ sia delle quattro successioni la meno efficace nei confronti dei numeri composti; ho una particolare simpatia per la sezione aurea a causa della spirale logaritmica/aurea alla quale ho dedicato una attività su geogebra.org, vedi <https://www.geogebra.org/m/vxe6ax2c> ed anche la seguente animazione su wikimedia.org <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:CoSeSpAu.gif>

È evidente che alle otto successioni che ho presentato possono esserne aggiunte altre con le stesse caratteristiche. Conosco anche il motivo per il quale il numero aggiunto alla fine di $b+b+\dots$ non è sempre 1.

Detto questo, ho deciso che per il momento mi accontento di questi risultati; confido che qualche matematico possa ritenere utile il collegamento che queste successioni hanno con i numeri primi ma anche con i numeri composti.

Questo è il link che corrisponde a questo articolo

<http://doi.org/10.5281/zenodo.6397327>

I seguenti link corrispondono ad altre mie pubblicazioni sui numeri primi.

Primality test. My contribution.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.6380548>

Twin primes. But even more.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.6227979>

Twin primes. Where they can be found.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.5902559>

News on the mechanism of prime numbers.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.5844231>

The mechanism of prime numbers.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.4769674>

Finding prime numbers.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.4786547>

Graphic representation of the mechanism of prime numbers.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.5655072>

Goldbach's conjecture. Because I think it's true.

<http://doi.org/10.5281/zenodo.5707188>

Il seguente link corrisponde ad un mio articolo sulle spirali poligonali; citando la spirale logaritmica/aurea mi è tornato alla mente, vedi <http://doi.org/10.5281/zenodo.5575215>

Dante Servi

Bressana Bottarone (PV)

dante.servi@gmail.com